



دانشگاه آزاد اسلامی مشهد

تکلیف شماره یک درس تحلیل و طراحی الگوریتم ها
نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۸۹ - ۱۳۸۸

نام و نام خانوادگی :

استاد درس: احمد خادم زاده khademzadeh@mshdiau.ac.ir

استاد حل تمرین: مرتضی آقامحمدیان mortezaas@msn.com

لطفا پاسخ تمرینها را در برگه سوال نوشته و در مهلت مشخص شده تحویل دهید.

۱. نرخ رشد های زیر مربوط به چهار الگوریتم می باشد:

$$2^n \quad 2n^2 \quad 20\log_2 n \quad 5n$$

الف) نرخ رشد کدام الگوریتم خطی است؟

ب) در صورتی که $n = 4$ باشد، کدام الگوریتم سریع تر است؟

پ) کدام یک دارای رشد نمایی است؟

ت) کدام دارای رشد درجه دوم است؟

۲. نمادهای θ و ω ، Ω ، O ، o ، O را در نظر بگیرید:

الف) کدام یک کران بالایی تابع را مشخص می کند؟

ب) کدام نماد برای بیان بهترین حالت زمان اجرا استفاده می شود؟

پ) برای بیان حالت متوسط از کدام نماد استفاده می شود؟

۳. در هریک از موارد زیر با توجه به تابع f مشخص کنید کدام یک از روابط $f = O(g)$ ، $f = \Omega(g)$ یا $f = \theta(g)$ برقرار است.

$g(n)$	$f(n)$	
$2n - 100$	$n - 1$	الف)
$n^{\frac{2}{3}}$	$n^{\frac{1}{2}}$	ب)
$6n^2 3^n + n^3 2^n$	$n^3 2^n$	پ)
n^2	$14n^3 + n^2$	ت)
$2 \log_4 n$	$\log_2 n$	ث)
$\log 10n$	$\log 2n$	ج)
$10n \log 20n$	$n \log n$	چ)
$n \log n$	n	ح)
$\frac{n^2}{\log n}$	n^2	خ)
2^n	$n!$	د)
2^{n+1}	2^n	ذ)
i^2	$\sum_{i=1}^k i$	ر)
i^{k+1}	$\sum_{i=1}^k i^k$	ز)

۴. در مورد درستی یا نادرستی روابط زیر بحث کنید:

الف) اگر $f(n) = O(g(n))$ و $g(n) = O(f(n))$ آنگاه $f(n) = \Theta(g(n))$

ب) $f(n) + g(n) = \Theta(\min(f(n), g(n)))$

پ) اگر $f(n) = O(g(n))$ آنگاه $\log(f(n)) = O(\log(g(n)))$ که $\log(g(n)) \geq 1$ و برای nهای بزرگ داریم $f(n) \geq 1$.

ت) $f(n) = O(g(n))$ آنگاه $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$

ث) $f(n) = \Theta\left(f\left(\frac{n}{2}\right)\right)$

ج) $f(n) + O(f(n)) = \Theta(f(n))$

۵. درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید:

الف) if $f(n) = O(g(n))$ and $f(n) = \Theta(g(n))$ then $f(n) = \Omega(g(n))$

ب) if $f(n) = \Omega(g(n))$ and $f(n) = \Theta(g(n))$ then $f(n) = O(g(n))$

پ) if $f(n) = \Omega(g(n))$ and $f(n) = O(g(n))$ then $f(n) = \Theta(g(n))$

ت) if $f(n) = O(g(n))$ and $g(n) = \Omega(f(n))$ then $f(n) = \Theta(g(n))$

۶. تعداد کل مراحل برنامه زیر را تعیین کرده و کران بالای آن را مشخص کنید:

```
void sum(int m, int n, float S[ ][ ])
{
    int i, j;
    for (j = 0; j < m; j++)
    {
        S[n - 1][j] = 0;
        for (i = 0; i < n - 1; i++)
            S[n - 1][j] += S[i][j];
    }
}
```

۷. پیچیدگی زمانی قطعه کدهای زیر را به دست آورید:

```
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < i; j++)
    x++;
```

```
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j*=2)
    x++;
```

```
for (int i = 1; i <= n; i++)
  for (int j = 1; j <= i; j++)
    for (int k = i; k <= n; k++)
      x = y + 3;
```

```
for (int i = 1; i <= n; i *= 3)
  for (int j = 1; j <= i; j *= 3)
    x++;
```

```
for (int i = 1; i <= n; i *= 2)
  for (int j = i; j <= n; j++)
    y++;
```

۸. تعدادی تابع در زیر آمده است:

$$\sqrt{n}, 2^n - 11n, n^2 - 11n, n^{\lg n}, n^2 + n^3 + n^4, n^2 \lg n, (\lg n)^2, 21n$$

این لیست را بصورت مرتب از چپ به راست بنویسید به نحوی که اگر $f(n)$ یکی از توابع لیست شماسست و $g(n)$ در سمت راست آن قرار گرفته است، آنگاه $f(n) = O(g(n))$ باشد.

۹. آرایه اعداد صحیح یک بعدی $A[0..n-1]$ را داریم. می خواهیم آرایه دوبعدی $B[0..n-1][0..n-1]$ را با کمک آرایه A و رابطه زیر پر کنیم.
 $B[i][j] = A[i] + A[i+1] + \dots + A[j]$ for $i \leq j$.

الگوریتم زیر به این منظور توسط یک دانشجوی کامپیوتر پیشنهاد شده است:

Algorithm Student($A[0..n-1]$)

```
For i = 0 to n - 1
  For j = i to n - 1
    B[i][j] = 0
    For k = i to j
      B[i][j] += A[k]
Return B
```

- پیچیدگی زمانی مجانبی این الگوریتم چیست؟ از نماد Θ استفاده کنید.
- این الگوریتم خیلی غیر کارا است و می توان آن را با تغییراتی کارا تر نمود . الگوریتمی بیابید که اگر پیچیدگی زمانی آن $g(n)$ باشد، آنگاه داشته باشیم: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$. پیچیدگی زمانی الگوریتم خود را با کمک نماد Θ مشخص نمایید.