

تکالیف درس نظریه زبانها و ماشین ها

احمد خادم زاده

<http://khademzadeh.mshdiau.ac.ir/>

دانشگاه آزاد اسلامی مشهد

نیمسال اول ۱۳۸۹-۱۳۸۸

سری تکلیف ۱

مساله ۱

برای هر یک از موارد زیر یک زبان مثال بزنید و در صورتی که زبانی با چنین ویژگی وجود ندارد، دلیل آن را بگویید. در تمام موارد فرض کنید که الفبا $\Sigma = \{0, 1\}$ می باشد.

- یک زبان نامحدود که مکمل زبان هم نامحدود باشد.
- زبانی که تحت عمل الحاق بسته باشد.
- زبانی که تحت عمل الحاق بسته باشد و هیچ رشته ای به طول زوج نداشته باشد.
- زبانی محدود که شامل طولانی ترین رشته مثل x باشد و آن رشته از طولانی ترین رشته هر زبان محدود دیگری طولانی تر باشد.

مساله ۲

چند زبان متفاوت روی الفبای $\Sigma = \{x\}$ توسط یک DFA که فقط دو حالت دارد، پذیرفته می شوند؟ همه زبانها را نام ببرید.

مساله ۳

اگر A و B دو زبان باشند که هر دو روی الفبای Σ تعریف شده باشند، $(AB)^R$ معادل کدام مورد زیر خواهد بود؟ با ارایه یک مثال برای هر گزینه، آن را رد کرده یا بپذیرید.

- (الف) $A^R B^R$
- (ب) $B^R A^R$
- (ج) $(BA)^R$

مساله ۴

نشان دهید که زبان زیر که روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ تعریف شده است، منظم است:
 $L = \{ \text{تمام رشته هایی که با } a \text{ شروع شده و با } b \text{ خاتمه می یابند.} \}$

مساله ۵

آیا عبارت زیر برای زبان L که روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ تعریف شده است، صحیح است؟
 $L^* = \{a\}^* \{b\}^*$

مساله ۶

DFA خواسته شده برای هر یک از موارد زیر را بکشید:

- فقط رشته های به طول زوج روی الفبای $\Sigma = \{0, 1, 2, 9\}$ را بپذیرد.
- فقط رشته هایی که نشانگر یک عدد زوج هستند را روی الفبای قسمت قبل بپذیرد.
- زبان منظم معادل با آن روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ برابر با $L = \{\lambda, a, aa\}$ باشد.
- روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ فقط رشته هایی را بپذیرد که حداقل دو تا ۱ در آنها وجود داشته باشد.
- روی الفبای $\Sigma = \{0, 1\}$ تمام رشته هایی را بپذیرد که شامل زیررشته ۱۰۱ هستند.

- روی الفبای قسمت قبل تمام رشته هایی که شامل تعداد زوجی یک یا تعداد زوجی صفر هستند را بپذیرد.
- روی الفبای قسمت قبل فقط رشته هایی را بپذیرد که حداکثر یک بار زیر رشته ۱۱ در آنها آمده باشد. مشاهده زیر رشته هایی از ۱ که دارای طول بیشتر از دو هستند اشکالی ندارد. مثلا این ماشین باید رشته 0010101100111 را بپذیرد اما زیر رشته 00110011 را نپذیرد.

	a	b
Start State →	A	B
Final State →	B	C
	C	A

سری تکلیف ۲

مساله ۱

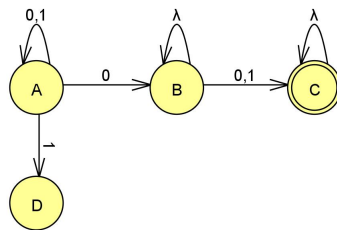
- با توجه DFA که در بالای همین صفحه آمده است (N)، به سوالات داده شده پاسخ دهید.
- الف) نمودار انتقال این ماشین خودکار را بکشید
- ب) حاصل $\delta(B, a)$ چیست؟
- ج) حاصل $\delta^*(C, ababb)$ چیست؟
- د) آیا $ababa \in L(N)$ می باشد؟
- ه) زبان این ماشین چیست؟

مساله ۲

یک DFA بکشید که رشته های w از اعداد دودویی ($\Sigma = \{0, 1\}$) را بپذیرد که آن عدد دودویی بر ۴ بخشپذیر نباشد. برای راحتی کار رشته تهی را نیز می توانید بپذیرش کنید. همچنین رشته مورد نظر می تواند با تعدادی صفر شروع شود.

مساله ۳

ماشین زیر را قطعی کنید. و سپس مشخص کنید که چه زبانی را بپذیرش می کند.



مساله ۴

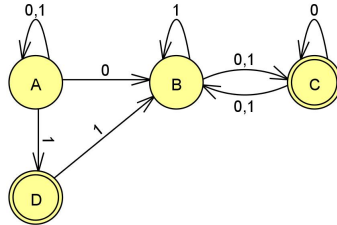
برای الفبای $\Sigma = \{1, 0\}$ یک ماشین خودکار قطعی بسازید که تمام رشته هایی را که تعداد زوجی صفر و تعداد فردی یک دارند، را بپذیرد.

مساله ۵

برای الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ یک ماشین خودکار غیرقطعی بسازید که تمام رشته هایی که شامل زیر رشته هایی که مطابق الگوی $a^+ab^+ab^+$ هستند را بپذیرد.

مساله ۶

ماشین زیر را قطعی کنید. و سپس مشخص کنید که چه زبانی را پذیرش می کند.



مساله ۷

NFA های زیر را با کمک روش ساخت زیر مجموعه ها قطعی کنید. حاصل را هم به صورت جدول و هم به صورت گراف نمایش دهید. در جدول های زیر علامت فلش در کنار یک حالت نشان دهنده این است که آن حالت، حالت شروع است.

	a	b
→ q_1	$\{q_2\}$	\emptyset
→ $q_2(F)$	\emptyset	$\{q_1, q_3\}$
$q_3(F)$	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_1\}$

	a	b
→ $q_1(F)$	q_1, q_2	q_3
$q_2(F)$	-	q_4
→ q_3	q_4	-
q_4	-	q_1, q_4

	a	b
→ q_0	q_2	\emptyset
→ $q_1(F)$	q_0, q_2	\emptyset
$q_2(F)$	\emptyset	q_1, q_2

	a	b
→ q_0	q_1	q_2
q_1	q_0, q_1	q_0
$q_2(F)$	\emptyset	q_1, q_2

سری تکلیف ۳

مساله ۱

دو زبان زیر را که روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ تعریف شده اند در نظر بگیرید:

$$L_1 = \{a^n : n \geq 1\}$$

$$L_2 = \{ab^n : n \geq 0\}$$

زبانها زیر را توصیف کنید.

- $L_3 = L_1^*$
- $L_4 = L_1^+$
- $L_5 = \overline{L_1}$
- $L_6 = L_2^*$
- $L_7 = (L_1 \cap L_2)^*$
- $L_8 = L_1 L_2$

مساله ۲

عبارت منظم تولید کننده هر یک از زبانهای زیر را روی الفبای $\Sigma = \{1, 0\}$ بنویسید.

- $L_1 = \{w \mid w \text{ contains at least three 1s}\}$
- $L_2 = \{w \mid w \text{ has length at least 3 and its third symbol is 1}\}$
- $L_3 = \{w \mid w \text{ doesn't contain the substring } 001\}$
- $L_4 = \{w \mid \text{every odd position of } w \text{ is a } 1\}$
- $L_5 = \{w \mid w \text{ contains at least two 0s and at most one } 1\}$

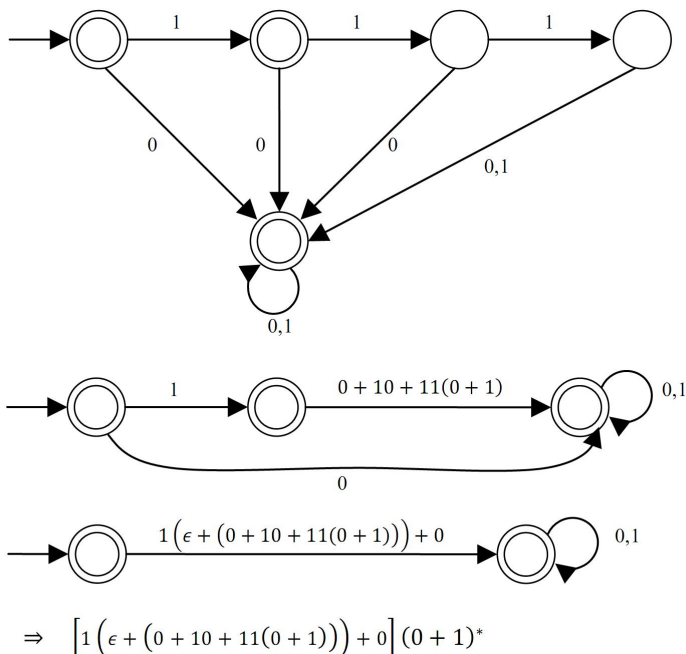
مساله ۳

NFA معادل با عبارات منظم زیر را بکشید و سپس آنها را قطعی کنید.

- $(a + b)^* aba(a + b)^*$
- $(aa)^* \cup (ab^* \cup b^* a^*)$
- $aa^* + a^* b^* + (a + b)^*$

مساله ۴

شکل زیر نحوه تبدیل یک DFA به عبارت منظم متناظر را نشان می دهد. نحوه انجام این کار را بررسی کنید و الگوریتم تبدیل DFA به عبارت منظم را بنویسید.



مساله ۵

در مورد درستی و نادرستی هر یک از جملات زیر با ارایه دلیل نظر دهید:

- اشتراک هر دو زبان نامنظم، نامنظم است.
- ممکن است زبان های نامنظمی وجود داشته باشد که مکمل آنها منظم باشد. اما این در مورد تمام زبانها نا منظم صادق نیست.
- زبان های L_1 و L_2 را داریم و می دانیم که زبان های L_2 ، L_1L_2 و L_2L_2 منظم هستند. از این نتیجه می گیریم که L_1 نیز منظم است.
- رشته w زیر توالی از رشته x است اگر بتوانیم با حذف چند حرف از x به w برسیم. مثلا 0011 زیر توالی 010001001 هست اما زیر توالی 011110001 نیست. اگر زبان L منظم باشد و زبان $SubSeq(L)$ شامل تمام زیرتوالی های تمام رشته های L باشد، آنگاه زبان $SubSeq(L)$ نیز منظم است.
- اگر زبان های A و B منظم باشند، آنگاه زبان های $(A \cup B)^*C^*$ و $A^*C^* \cup B^*C^*$ با هم معادلند.
- هر زیر مجموعه هر زبان منظم، منظم است.
- هر زیر مجموعه هر زبان نامنظم، نامنظم است.
- زبان $L = \{a^n b^m : n, m \geq 100000\}$ منظم است.

- زبان $L = \{a^n b^n : n \geq 100000\}$ منظم است.
- زبان $L = \{a^n b^n : n \leq 100000\}$ منظم است.
- زبان $L = \{ww^r : w \in \{a, b\}^*\}$ منظم است.
- زبان $L = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$ منظم است.
- زبان $L = \{a^{3n+1} : n \geq 0\}$ منظم است.
- اگر تعداد محدودی کلمه به یک زبان منظم بیفزاییم، زبان حاصل منظم خواهد بود.
- تفاضل دو زبان منظم، یک زبان منظم است.

مساله ۶

مجموعه کلمات $w = \{\lambda, ab, cab, abab\}$ را در نظر بگیرید. از عبارات منظم زیر کدام(ها) نشانگر زبانی است که شامل تمام کلمات مجموعه w باشد؟

- $(\lambda + ab + c)(\lambda + ab)$
- $(\lambda + ab + c)^*$
- $(ab + c)^*$
- $(ab)^* + c^*$